

MIMO 系统扰动反馈特性及稳定裕度量化分析方法

刘崇茹¹, 唐奕明¹, 苏晨博^{1,2}, 倪京奥¹, 郭昊¹, 吕懿澎¹

(1. 华北电力大学电气与电子工程学院, 北京 102206; 2. 清华大学电机系, 北京 100084)

摘要: 针对电力系统中多输入-多输出 (multiple-input multiple-output, MIMO) 特征带来的稳定性分析挑战, 将输入-输出稳定理论与小增益定理引入电力系统稳定裕度计算, 构建“系统-扰动”互联反馈框架及稳定裕度量化方法。该方法包含两大核心: 一是计算系统最大奇异值, 建立能够表征变量耦合特征的 MIMO 系统鲁棒稳定判据; 二是采用小增益定理, 建立可显式量化的增益裕度指标, 提出了考虑系统不确定性的稳定裕度计算方法。仿真验证结果表明, 所提指标在系统动态特性发生复杂变化时, 仍能准确反映系统抗扰能力及控制参数对稳定性的影响规律。该方法为电力系统中多类型设备的稳定特性评估提供了统一分析工具, 具有重要的理论意义和实际应用价值。

关键词: MIMO 系统; 扰动反馈特性; 小增益定理; 稳定裕度; 抗扰能力

Quantitative Analysis Method of Disturbance Feedback Characteristics and Stability Margins for MIMO Systems

LIU Chongru¹, TANG Yiming¹, SU Chenbo^{1,2}, NI Jingao¹, GUO Hao¹, LÜ Yipeng¹

(1. School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China;

2. Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In response to the challenges in stability analysis posed by the multiple-input multiple-output (MIMO) characteristics in power systems, this paper innovatively introduces input-output stability theory and the small-gain theorem into the calculation of system stability margins. A feedback interconnection framework of "system-disturbance" is established, along with a quantitative method for assessing stability margins. The proposed approach comprises two key contributions: first, the computation of the maximum singular value of the system to establish a robust stability criterion for MIMO systems, which effectively characterizes the coupling characteristics among variables; second, the application of the small-gain theorem to develop an explicitly quantifiable gain margin index, thereby enabling the computation of stability margins that systematically account for system uncertainties. Simulation results demonstrate that the proposed index accurately reflects the system's disturbance rejection capability and the influence of control parameters on stability, even under complex variations in system dynamics. This method provides a unified analytical tool for evaluating the stability characteristics of diverse devices in power systems, offering significant theoretical and practical value.

Key words: MIMO systems; disturbance feedback characteristics; small-gain theorem; stability margins; disturbance rejection capability

0 引言

电力系统稳定裕度分析作为衡量系统稳定程度和鲁棒性的定量指标, 能够捕捉采样延迟、系统扰

动、高阶动态等不确定因素对系统稳定性的影响, 进而为系统控制参数整定、性能评估、滤波器及补偿器设计等提供理论指导和度量边界, 对于保障系统安全稳定运行至关重要。然而, 随着风能、太阳能等可再生能源的快速增长, 电力系统“源-网-荷”核心设备“电力电子化”程度加剧^[1-2], 系统的维度不断提升, 呈现出复杂性和多输入-多输出

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(U23B6008)。

Foundation item: Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant U23B6008.

(multiple-input multiple-output, MIMO) 耦合特性^[3], 这使得电网在遭遇扰动时的动态特性更为复杂, 给系统稳定分析和稳定裕度计算带来了新的挑战。

在对 MIMO 系统进行稳定性分析时, 目前仍广泛采用的是针对单输入单输出(single-input single-output, SISO)系统的分析方法^[4]。其核心思路为: 先对复杂的 MIMO 系统解耦, 建立等效的 SISO 传递函数模型, 然后应用传统的稳定判据(劳斯判据、奈奎斯特判据)评估系统稳定性^[5]。其中经典稳定裕度(幅值裕度和相位裕度)可通过频域传递函数的伯德图或奈奎斯特图获取。例如, 文献[6]针对直驱风电机组序阻抗模型, 基于阻抗伯德图判据刻画了不同电网强度下的控制参数稳定域; 文献[7]基于奈奎斯特稳定判据推导无刷双馈风机的稳定域, 分析了弱电网下锁相环与电流内环带宽变化对系统稳定性的影响; 文献[8]建立了直流电压外环闭环传递函数模型, 结合奈奎斯特稳定判据和稳定裕度约束求解控制带宽比值安全域边界, 揭示了弱电网下锁相环与直流电压控制环交互作用对稳定性的影响规律。

然而, 将系统解耦为 SISO 系统通常会假设除被研究的输入-输出通道外其余输入或输出均为 0; 当 MIMO 系统的多个输入与输出变量之间的耦合关系强时, 这类简化假设会引入较大误差。因此, 通过解耦后的 SISO 系统去分析原 MIMO 系统的稳定性所得的稳定性判据和稳定裕度和真实情况存在较大偏差。

为避免系统解耦时引入的简化误差, 逐渐发展出 MIMO 系统的整体稳定性分析方法, 而基于回比矩阵的广义奈奎斯特理论(generalized Nyquist criterion, GNC)^[9]在此背景下具有较好的适用性。文献[10]在 dq 坐标系下建立了考虑锁相环(phase lock loop, PLL)影响的双馈发电机输入导纳模型, 并利用 GNC 判据定性分析了电流环及 PLL 的 PI 参数对系统稳定性的影响。文献[11]采用广义奈奎斯特判据, 通过将系统解耦并评估各子系统的稳定性, 实现了对新能源多场站中小信号稳定最薄弱环节的精准辨识。文献[12]针对多逆变器并网系统提出了基于 GNC 曲线的稳定性校验方法。

尽管 MIMO 整体稳定性分析方法在刻画系统特性方面优于 SISO 解耦方法, 但其工程应用仍面临

严峻挑战。其症结在于现有数学框架未能定义出普适的、可量化的 MIMO 稳定裕度指标^[13]。由于缺乏类似 SISO 系统中的幅值裕度和相位裕度等概念, 难以在频域上直观地量化系统相对于稳定边界的“距离”。这一本质问题使其对建模误差和外部扰动异常敏感, 系统鲁棒性无法得到保证, 从而限制了其在电力系统这一复杂对象中的应用。

值得注意的是, 上述 SISO 解耦方法和 MIMO 整体稳定性分析方法在应对系统不确定性和强扰动方面均存在局限, 亟需引入更具鲁棒性的稳定性理论框架。在此背景下, 小增益定理作为互联系统控制设计和鲁棒性分析的基石, 为解决这一问题提供了新的思路, 且已在多个领域得到广泛应用。线性有限增益情形的小增益定理最初在文献[14-15]中开展研究, 依托输入-状态稳定性(ISS)和输入-输出稳定性 IOS)的概念^[16-19], 经典小增益定理已在状态空间框架下针对非线性系统实现发展^[20-22]。近十年间, 针对大规模系统的非线性小增益成果不断涌现^[23-26]。小增益定理的核心优势在于其能够处理多变量耦合系统的增益特性, 并提供明确的鲁棒稳定性边界, 这恰好弥补了现有 MIMO 稳定性分析方法在准确性、鲁棒性和定量裕度定义方面的不足。然而, 在电力系统稳定裕度计算领域, 小增益定理鲜有应用, 将其引入电力系统稳定性分析有望为解决高比例电力电子装备带来的强耦合、多摄动等挑战提供新的理论工具和分析途径。

为了克服现有稳定裕度计算方法的局限性, 本文提出一种基于输入-输出稳定理论和小增益定理的 MIMO 系统扰动反馈特性及稳定裕度量化分析方法。通过将系统扰动与原系统构造造成互联反馈结构, 并引入小增益定理, 实现对系统的稳定裕度有效量化评估。该框架不仅能够分析系统的输入-输出稳定性, 还可精确量化系统的抗扰能力。此外, 该方法具备良好的工程适用性, 可借助扫频技术应用于实际电力系统, 即使在半黑箱模型条件下, 仍能有效评估稳定裕度, 从而为电力系统稳定性分析提供新的研究视角和实用化工具。

1 输入-输出稳定性理论

如果一个线性系统的输入-输出关系可以表示为:

$$y = Hu \quad (1)$$

式中; H 为某种映射或算子, 描述了在一定范围内输入信号的能量变化对输出信号能量的影响; 输入 u 为信号空间, 把时间区间 $[0, \infty)$ 映射到分段连续的平方可积函数空间, 其范数的定义如式(2)所示。

$$\|u\|_{\mathcal{L}_2} = \sqrt{\int_0^\infty u^T(t)u(t)dt} < \infty \quad (2)$$

该空间表示为 $\mathcal{L}_2$ 空间。由于 $\mathcal{L}_2$ 空间要求函数在整个时间域上平方可积, 但在实际系统中, 许多信号可能在有限时间内能量有界, 却在整个无限时间域上不满足平方可积条件(例如持续的周期信号)。由此, 给出扩展空间 $\mathcal{L}_{2\sigma}^n$ 的定义, 如式(3)所示。其中下标 σ 代表了 $\mathcal{L}_2$ 空间的截断函数的范围, 上标 n 表示输入信号 u 的维数。

$$\mathcal{L}_{2\sigma}^n = \{uu_\sigma \in \mathcal{L}_2^n, \forall \sigma \in [0, \infty)\} \quad (3)$$

式中 u_σ 为 u 的截断函数, 定义为:

$$u_\sigma(t) \triangleq \begin{cases} u(t), & 0 \leq t \leq \sigma \\ 0, & t > \sigma \end{cases} \quad (4)$$

通过引入截断函数, 将“全局能量有界”放宽为“任意有限时间区间内能量有界”。这使得更多实际信号(如控制系统中的暂态信号、有限时间内的扰动信号)能够被纳入分析框架, 更贴合工程中对信号动态特性的描述需求。

下面回顾 $\mathcal{L}_2$ 稳定的定义, 根据 Sandberg 和 Zames 的理论^[27]: 对于一个映射, 若存在定义在 $[0, \infty)$ 的 $\mathcal{K}$ 类函数 α (即连续、严格递增且 $\alpha(0)=0$ 的函数) 以及非负常数 β , 对于所有 $u \in \mathcal{L}_{2\sigma}^m$ 和 $\sigma \in [0, \infty)$ 都满足式(5), 则该映射是 $\mathcal{L}_2$ 稳定的:

$$\|(H(u))_\sigma\|_{\mathcal{L}_2} \leq \alpha\|u_\sigma\|_{\mathcal{L}_2} + \beta \quad (5)$$

式中若存在非负常数 γ 和 β , 对于所有 $u \in \mathcal{L}_{2\sigma}^m$ 和 $\sigma \in [0, \infty)$ 都满足式(6), 则该映射是有限增益 $\mathcal{L}_2$ 稳定的。其中, 常数 γ 称为 $\mathcal{L}_2$ 增益。

$$\|(H(u))_\sigma\|_{\mathcal{L}_2} \leq \gamma\|u_\sigma\|_{\mathcal{L}_2} + \beta \quad (6)$$

在定义了单个系统的 $\mathcal{L}_2$ 稳定后, 我们将此概念应用于图1所示的反馈互联系统。小增益定理是该理论在互联系统情境下的直接应用与核心成果。下文回顾小增益定理的基本定义^[28]。

如图1所示, 如果存在两个系统: $H_1: \mathcal{L}_{2\sigma}^m \rightarrow \mathcal{L}_{2\sigma}^n$ 和 $H_2: \mathcal{L}_{2\sigma}^n \rightarrow \mathcal{L}_{2\sigma}^m$, 其中 H_1 的输入和输出为 e_1 和 y_1 , H_2 的输入和输出为 e_2 和 y_2 , 外部输入分别为 u_1 和 u_2 , 并且满足式(7)。若 $\|H_1\| \cdot \|H_2\| < 1$, 则该系统是有限增益 $\mathcal{L}_2$ 稳定的,

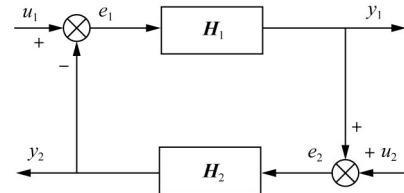


图1 小增益定理反馈连接框图

Fig. 1 Block diagram of small gain theorem feedback connection

其中范数 $\|\cdot\|$ 可以是无穷范数。

$$\begin{cases} e_1 = u_1 - y_2 \in \mathcal{L}_{2\sigma}^m \\ e_2 = u_2 + y_1 \in \mathcal{L}_{2\sigma}^n \end{cases} \quad (7)$$

该定理的核心是通过限制子系统增益乘积, 保证反馈闭环的能量不发散, 为后续鲁棒稳定性分析提供关键工具。

2 考虑不确定性扰动的 MIMO 系统稳定裕度评估方法

针对电力系统强耦合、多扰动的特性, 本文基于上述拓展的输入-输出稳定性理论, 创新性构建“系统-扰动”互联反馈框架, 推导可显式量化的增益裕度指标, 解决传统方法难以精准评估复杂系统抗扰能力的核心难题。

2.1 含不确定性扰动的 MIMO 系统建模

电力系统的动态特性受新能源接入、负荷波动等不确定因素影响显著^[29-30], 需建立兼顾系统本质特性与扰动量化的数学模型。系统的非线性动态方程可以通过式(8)描述。其中 $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ 为连续可微的非线性函数, $x(t)$ 为状态向量, $u(t)$ 为控制输入。在平衡点 x_0 处对 f 进行泰勒展开并忽略高阶项, 得到下面的多输入-多输出 MIMO 线性化系统, 用式(9)描述:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (8)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\mu(t), x(0) = x_0 \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (9)$$

式中: $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 、 $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 为常矩阵; $x(t)$ 为状态向量; $y(t)$ 为可测量的输出向量; $\mu(t)$ 为实际控制输入。从 μ 到 y 的传递函数如式(10)所示。

$$G(s) = C(sI_n - A)^{-1}B \quad (10)$$

通过引入复数对角乘法型扰动矩阵, 可量化系统对扰动的容忍能力, 如式(11)所示。

$$\mu(s) = (I_m + \Delta(s))u(s) \quad (11)$$

式中: $\mathbf{I}_m$ 为 $m \times m$ 的单位矩阵; $\Delta(s)$ 为不确定性函数; $u(s)$ 由稳定控制器 $H(s)$ 得到, 如图 2(a) 所示。

基于电力系统实际运行特性, 本文提出两项具有工程必然性的假设。

假设 1: 设计的控制器 $H(s)$ 能保证图 2(a) 所示的无扰动闭环系统是有限增益 $\mathcal{L}_2$ 稳定的; 若无扰动时系统已不稳定(如发散), 则讨论扰动下的稳定性无实际工程意义。该假设确保系统在理想工况下具备基本的能量有界性。

假设 2: 所考虑的不确定性满足式(12), 即扰动能量有界。实际中, 物理扰动的幅值不可能无限大, 故该假设具有工程合理性。

$$\Delta(s): \mathcal{L}_2^m \rightarrow \mathcal{L}_2^m \quad (12)$$

基于上述建模与假设, 本文创新性定义电力系统增益稳定裕度。

定义 1: 给定任意 $\Delta(s) = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m)$, 且 $|\gamma_i| \leq \gamma_{\max}$, $i=1, 2, \dots, m$ 。如果如图 2(b) 所示系统中的状态变量对于任意初始条件 x_0 都满足 $x \in \mathcal{L}_2^n$, 那么具有的 $\Delta(s)=0$ 闭环系统(如图 2(a))被称为具有 $\mathcal{L}_2$ 增益稳定裕度 $\gamma_{\max}$ (本文定义为增益裕度)。

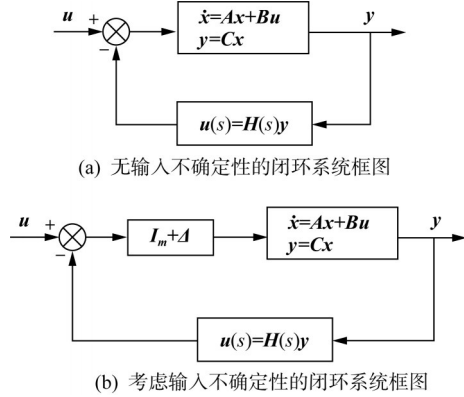


图 2 闭环系统框图

Fig. 2 Block diagram of the closed-loop system

2.2 增益裕度分析与计算

为实现增益裕度的量化, 首先对含扰动的闭环结构进行等效变换: 将图 2(b) 所示的反馈连接可等效转换为图 3(a) 的形式, 并图 3(a) 中的反馈结构进一步等效为图 3(b) 的形式, 其中不确定性 $\Delta(s)$ 与闭环传递函数 $R(s)$ (表达式如式(13)所示) 构成串联关系。

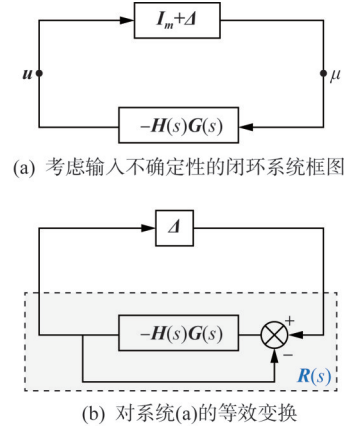


图 3 闭环系统框图及其等效变换

Fig. 3 Block diagram of the closed-loop system and its equivalent transformation

$$R(s) = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (13)$$

基于图 3(b) 所示的重组互联结构, 本文结合小增益定理推导出如下用于鲁棒稳定性证明的定理。

定理 1: 对于式(11)作用下的式(9), 若 $R(s): \mathcal{L}_2^m \rightarrow \mathcal{L}_2^m$, $\Delta(s): \mathcal{L}_2^m \rightarrow \mathcal{L}_2^m$, 且式(14)成立:

$$\|\Delta(s)R(s)\| < 1 \quad (14)$$

则如图 2(a) 所示的闭环系统的状态满足 $x \in \mathcal{L}_2^n$ 。对于线性时不变系统的传递函数 $G(s)$, 它的 $\mathcal{L}_2$ 增益是 $\mathcal{H}_\infty$ 范数, 计算方法如式(15)所示。

$$\begin{aligned} \|G(s)\|_{\mathcal{H}_\infty} &= \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \|G(j\omega)\|_2 \\ &= \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \sigma_{\max}(G(j\omega)) \end{aligned} \quad (15)$$

基于定理 1, 本文进一步推导增益裕度的计算方法, 具体如下。

对于图 2(a) 所示的无扰动输入的系统, 若 $\gamma_{\max} \in \mathbb{R}^+$ 满足: 对任意 $|\gamma_i| \leq \gamma_{\max}$, 满足 $\|\Delta_\gamma(s)R(s)\| < 1$, 则 $\gamma_{\max}$ 为闭环系统的增益裕度, 其中 $\Delta_\gamma(s) = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m)$ 。

若扰动的最大幅值 $\gamma_{\max}$ 满足式(12)时, 则对于任意幅值处于 $\gamma_i \in [0, \gamma_{\max}]$ 区间的扰动, 系统均满足定理 2 的稳定条件。因此, $\gamma_{\max}$ 可作为描述系统增益裕度的量化指标。

$$\gamma_{\max} = \|R(s)\|^{-1} \quad (16)$$

该理论的核心创新在于, 将小增益定理与电力系统的闭环传递特性相结合, 首次实现了 MIMO 电力系统增益裕度的显式量化。在电力系统中, 增益

裕度 $\gamma_{\max}$ 反映系统对幅值类扰动的最大容忍能力,例如:当新能源出力波动的幅值不超过 $\gamma_{\max}$ 时,系统电压、频率仍能保持稳定。

3 同步发电机稳定裕度评估

3.1 同步发电机建模

同步发电机六阶模型在工程领域应用广泛,具体可查阅文献[31],该模型可表述为式(9)的形式。其中状态变量 $\mathbf{x}$ 包括交轴暂态电势 E'_q 、交轴次暂态电势 E''_q 、直轴暂态电势 E'_d 、直轴次暂态电势 E''_d 、功角 δ 、以及发电机转子角速度 ω 。其输入 $\mathbf{u}$ 为励磁电压 E_f 和机械转矩 T_m 。

针对 E_f 和 T_m 两个输入设计的反馈稳定控制器 $\mathbf{H}(s)$,在同步机中分别体现为励磁控制与调速控制,两者均配置了一阶反馈环节以实现对发电机运行特性的精准调控,其表达式如式(17)–(18)所示。

$$E_f = \frac{K_e}{1 + T_e s} (U_t^{\text{ref}} - U_t) \quad (17)$$

$$T_m = \frac{K_G}{1 + T_G s} (\omega^{\text{ref}} - \omega) \quad (18)$$

式中: K_e 为励磁控制器增益; T_e 为励磁控制时间常数; U_t^{ref} 为同步机机端参考电压; U_t 为机端实际电压; K_G 为励磁控制器增益; T_G 为励磁控制时间常数; ω^{ref} 为发电机转速的参考值。

3.2 结论分析

为验证增益裕度在衡量系统抗扰能力及描述稳定特性方面的有效性,本文以同步发电机六阶模型为分析实例。分析过程如下:首先,在系统平衡点邻域构建线性化模型,计算系统闭环传递函数矩阵的最大奇异值,得到如图4所示的特征曲线。

如图4所示,系统在 0.355 rad/s 时频率点出现最大奇异值,幅值为 -3.64 dB;结合式(15)–(16)可求得增益裕度 $\gamma_{\max}=1.52$,为后续验证提供了具体的指标基准。

为进一步验证稳定裕度指标的特性,通过 MATLAB 仿真平台搭建图2(b)所示含输入扰动的闭环传递函数模型,引入对角扰动矩阵 $\Delta=\text{diag}(\gamma_0, \gamma_0)$ (其中 γ_0 取值为 1.5 和 3.5),计算不同扰动工况下的系统主导极点分布,结果如图5所示。同时,选取偏离平衡点 5% 的瞬时值与平衡点的差值作为初始扰动,对不同扰动强度下的系统初始值响应特

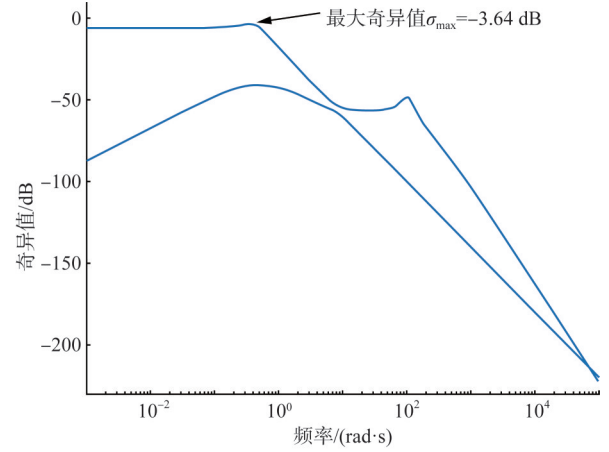


图4 同步机闭环系统奇异值曲线

Fig. 4 Synchronous machine closed-loop system singular value curves

性进行仿真分析,得到如图6所示的响应波形。

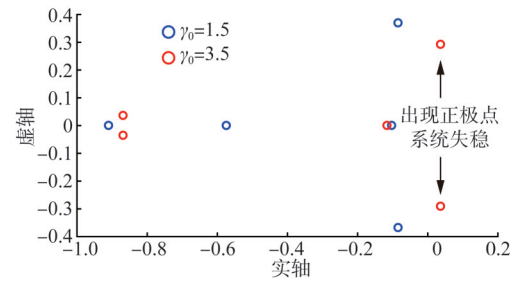
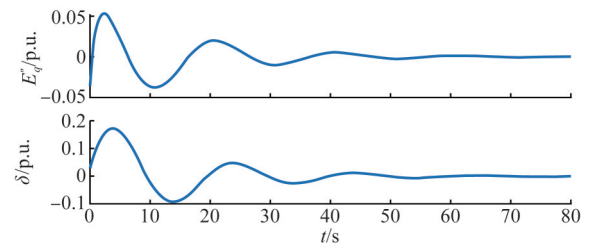
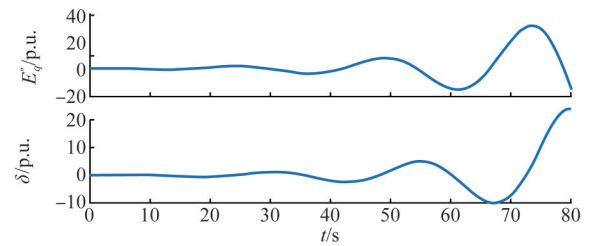


图5 同步机闭环系统在不同扰动下的主导极点

Fig. 5 Poles of synchronous machine closed-loop system under different disturbances



(a) 扰动 $\gamma_0=0.15$ 时输出波形



(b) 扰动 $\gamma_0=0.35$ 时输出波形

图6 同步机闭环系统在不同扰动下的初始值响应

Fig. 6 Initial value responses of synchronous machine closed-loop system under different disturbances

综合图 5—6 的分析：当扰动强度 γ_0 处于增益裕度范围内时，系统所有极点均位于复平面左半部分，初始值响应随时间收敛至稳态，这表明系统可承受该扰动；而当扰动强度超过增益裕度阈值时，系统出现复平面右半部分的正极点，初始值响应发散，说明系统在该扰动下失稳。以上结果充分验证了增益裕度能够有效衡量同步机系统的抗扰能力，并能准确描述系统的动态稳定特性。

4 换流器并网模型稳定裕度评估

4.1 换流器建模

为充分验证本文所提增益裕度分析方法在多机互联大电网场景下的工程适配性，仿真环节以 IEEE 10 机 39 节点标准多机系统作为换流器的交流侧并网边界，该系统可完整复现典型区域互联大电网的端口外特性与运行特征；以换流器接入的 PCC 点为等值端口，对系统侧有源网络进行戴维南等值简化，其中戴维南等值电势取系统基准运行工况下的端口开路相电压，戴维南等值阻抗为基准运行点下从端口向系统侧看入的等效阻抗。在此系统等值边界的基础上，本节构建双换流器并联并网分析模型，模型的电路拓扑与控制结构详见文献[32]，如图 7—8 所示。

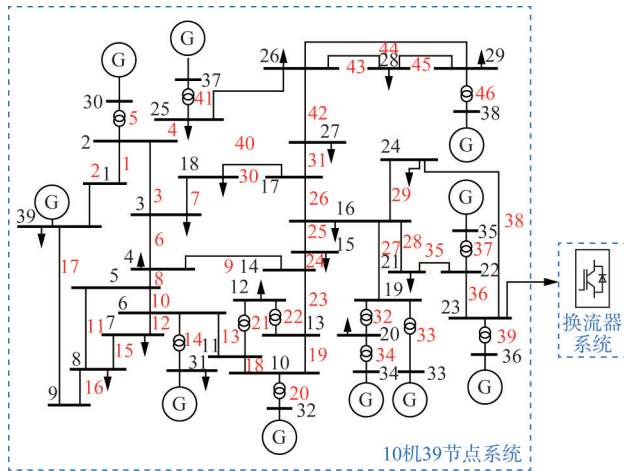


图 7 多机互联大电网系统拓扑

Fig. 7 Multi-machine Interconnected Large Grid Topology

可以看出，换流器并网系统是一个典型的 MIMO 系统，输入为直流电压参考值和 q 轴电流参考值，输出为直流电压和 q 轴电流的实际值。为准确模拟光伏阵列或蓄电池等前级电源的特性，直流侧被建模为一个理想直流电流源。为得到

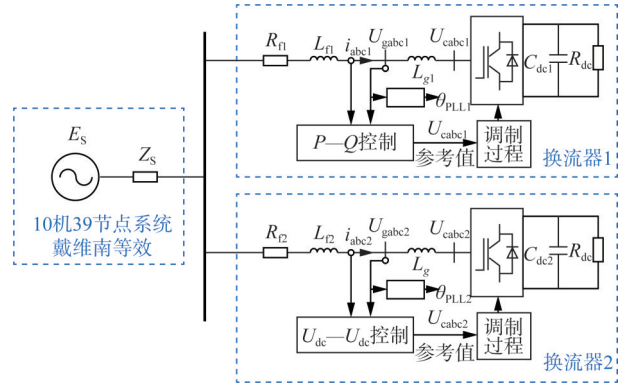


图 8 换流器并网系统主电路及控制系统结构

Fig. 8 Main circuit and control system structure of converter grid-connected system

MIMO 的状态空间模型，需要首先建立各部分的数学模型，包括主电路、PLL、内环控制、外环控制。表 1 为换流器变量及其含义，下面对换流器进行建模。

1) 主电路模型。由于两个换流器结构一致，

表 1 换流器变量及其含义

Tab. 1 Variables of the inverter system

变量	含义
$E_s \angle \theta_0, U_g \angle \theta_g$	交流电源母线和 PCC 母线电压幅值和相位
下标 dq	在 dq 坐标系下变量的 d, q 轴分量
下标 abc	在 abc 坐标系下变量的瞬时值
下标 0	变量在平衡点处的稳态值
上标 c	控制系统坐标系中的变量
下标 $m, 1, 2$	$m=1, 2$ 代表不同换流器编号
R_f, L_f	换流器交流侧等效电阻、电感
L_g	直流侧等效电感
C_{dc}	直流电容
U_{dc}, i_{dc}	直流电压和电流
$U_{dref}, i_{dref}, i_{qref}$	直流电压参考值, d/q 轴电流参考值
U_{cd}, U_{cq}	直流侧母线电压 dq 轴分量
i_d, i_q	PCC 母线电流 dq 轴分量
U_{gd}, U_{gq}	PCC 母线电压 dq 轴分量
$U_{cd0}, U_{cd0}, U_{gd0}, U_{gd0}, i_{d0}, i_{q0}$	直流侧母线电压, 以及 PCC 母线电压、电流的 dq 轴分量在平衡点处的稳态值
$\theta_{PLL}, \theta_{pll}$	锁相环的输出相位、两个坐标系的相位差
$E_{sabc}, U_{gabc}, U_{cabc}, i_{abc}$	交流电源侧、PCC 点、直流侧母线电压瞬时值、电流瞬时值
$Z, x_p, x_q, x_{dc}, x_{ac}, x_{id}, x_{iq}$	PLL 控制、外环有功控制, 外环无功控制, 外环直流电压控制, 外环交流电源控制, 内环电流控制积分环节输出变量
ω_1	电网额定角频率

4.2 结论分析

为进一步验证增益裕度对于系统抗扰能力及稳定特性的表征能力,为直观验证上述结论,在PSCAD中搭建如图7所示换流器的仿真模型,并分别对两个不同输入类型的换流器系统分别进行稳定裕度分析。

1) 以有功功率为扰动输入的换流器

结合本文推导的式(15)~(16),通过稳定性判据计算可得系统最大增益裕度 $\gamma_{\max}=0.8713$ 。该系统中输入量为有功功率 ΔP_{ref} ,系统对扰动的放大效应由扰动放大系数 $I_2+\Delta$ 表征。基于增益裕度的物理本质——即系统维持稳定所能承受的最大扰动放大程度,可将其转化为对输入量 ΔP_{ref} 的定量约束:已知系统稳态运行有功功率 $P_{\text{ref}}=1\text{ MVA}$,当增益裕度取最大值 $\gamma_{\max}=0.8713$ 时,通过扰动放大系数与稳态功率的耦合关系计算可得 ΔP_{ref} 的稳定约束区间为 $-0.8713\sim 0.8713\text{ MVA}$,此区间内系统可维持稳定运行。

为验证上述结论,在 $t=0.2\text{ s}$ 输入不同的 ΔP_{ref} 扰动,既包含稳定约束范围内的 $\pm 0.8\text{ MVA}$,也包含稳定约束范围外的 $\pm 8\text{ MVA}$,观察系统的有功功率响应波形,仿真结果如图11所示。

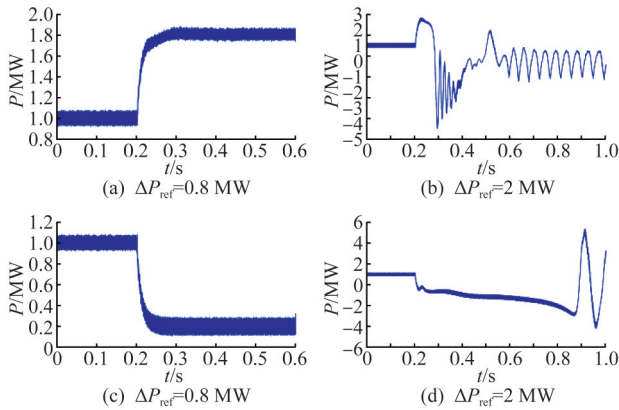


图 11 不同扰动输入下换流器系统有功功率响应波形

Fig. 11 Active power response waveforms of converter system under different disturbance inputs

仿真结果表明:当输入有功功率扰动 ΔP_{ref} 处于稳定裕度范围内时,系统能稳定跟踪功率参考值;当 ΔP_{ref} 超出该约束范围时,功率响应持续发散,系统失稳。

2) 扰动不确定性为直流电压的换流器

依据相同判据计算得到该系统的增益裕度为

$\gamma_{\max}=0.2886$ 。输入量为 ΔU_{dcref} ,扰动的放大特性同样由 $I_2+\Delta$ 决定。结合稳态电压 $U_{\text{dcref}}=0.25\text{ kV}$,可得系统稳定运行所允许的 ΔU_{dcref} 需控制在 $-0.0719\sim 0.0719\text{ kV}$ 区间内。

为验证上述结论,在 $t=1\text{ s}$ 输入不同的 ΔU_{dcref} ,其中包括稳定范围内的 $\pm 0.07\text{ kV}$,以及稳定范围外的 -0.1 kV 和 0.24 kV ,观察系统直流电压的响应波形,结果如图12所示。

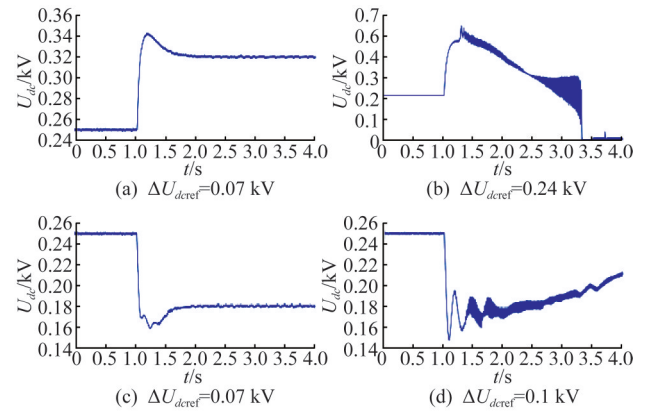


图 12 不同扰动输入下换流器系统直流电压响应波形

Fig. 12 DC voltage response waveforms of converter system under different disturbance inputs

从仿真结果显示:当输入扰动 ΔU_{dcref} 处于稳定裕度范围内时,直流电压可实现参考值稳定跟踪,系统保持稳定运行;而当输入扰动超出稳定裕度范围时,直流电压无法维持稳定,系统出现失稳现象。

这一仿真结果进一步验证了增益裕度能够有效表征换流器系统的抗扰能力和稳定特性,与理论分析结论一致。结合此前在同步机系统中的验证结果,充分表明稳定裕度指标在不同类型电力系统中均具有良好的适用性与可靠性,为评估系统抗扰能力和稳定特性提供了有效的量化手段。

需指出的是,PSCAD仿真中系统实际稳定时 ΔU_{dcref} 的稳定范围为 $-0.1\sim 0.24\text{ kV}$,与增益裕度给出的范围存在差异,这一差异正体现出小增益定理计算稳定裕度的固有保守性:其作为系统有限增益稳定的充分非必要条件,系统实际稳定未必严格满足该条件;且最大奇异值反映的是扰动能量“最坏情况”下的放大倍数,基于此结合小增益定理计算裕度时,会以极端约束覆盖所有扰动场景,而实际扰动往往并非最不利情形,导致计算所得裕度偏

“紧”,过度约束系统的扰动承受能力,与真实稳定水平存在偏差。

4.3 增益裕度性质研究

为深入探究增益裕度的性质,本节扰动不确定性为直流电压的换流器的场景下,将的增益裕度与传统特征值分析法进行对比研究。在传统特征值分析中,随着系统参数变化,主导特征值会相应地靠近或远离虚轴,这在一定程度上能够反映参数变化对系统稳定特征的影响。

由参与因子分析可知,该系统的主导特征值与PLL环节的状态变量存在强相关性。通过 k_{ppl} 和 k_{ipil} ,观察特征根的变化轨迹,结果如图13所示;同时计算这两个参数变化时系统稳定裕度的对应值,结果如表2所示。分析表明:随着 k_{ppl} 增大和 k_{ipil} 减小,系统的稳定裕度不断增大,且主导特征值呈现不断远离虚轴的趋势,两种方法的分析结论完全一致。值得注意的是,增益裕度能够更为直观地量化系统稳定性的提升大小,这是传统特征值分析法所不具备的优势。

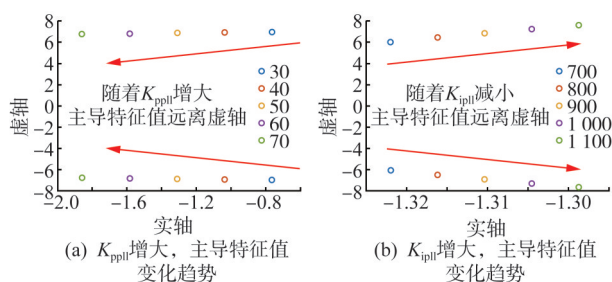


图13 k_{ppl} 和 k_{ipil} 改变时,系统主导特征根变化趋势

Fig. 13 Variation trend of system dominant eigenvalues when k_{ppl} and k_{ipil} change

表2 k_{ppl} 和 k_{ipil} 改变时系统增益裕度计算结果

Tab. 2 Results of system stability margin index when k_{ppl} and k_{ipil} change

k_{ppl}	γ_{max}	k_{ipil}	γ_{max}
30	0.283 5	700	0.292 2
40	0.286 9	800	0.290 5
50	0.288 6	900	0.288 6
60	0.289 5	1 000	0.286 8
70	0.290 1	1 100	0.285 2

进一步分析发现,系统的次主导特征值与直流电压控制环节的状态变量联系紧密。通过改变直流电压控制环节的比例系数 k_{pdc} (取值范围为0.29~0.34),观察特征值的轨迹变化,结果如图14所示;

同时计算对应的增益裕度,结果如表3所示。由表3可知,随着 k_{pdc} 的增大,系统的稳定裕度持续增大。当 k_{pdc} 小于0.32时,特征根不断远离虚轴,与增益裕度的变化趋势保持一致;而当 k_{pdc} 大于0.32时,系统从欠阻尼状态转变为过阻尼状态,特征根也从共轭复根变为两个负实根,此时传统特征值分析法已无法通过特征根与虚轴的距离来判断参数变化对系统稳定裕度的影响。

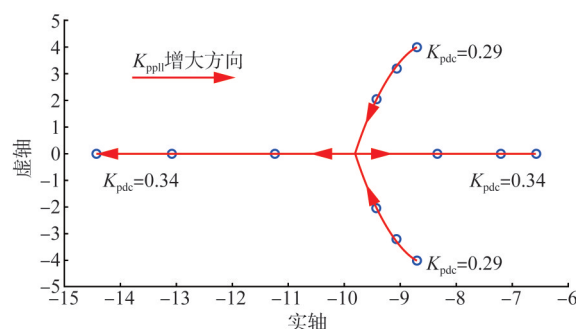


图14 k_{pdc} 改变时,系统次主导特征根变化趋势

Fig. 14 Variation trend of system secondary dominant eigenvalues when k_{pdc} changes

表3 k_{pdc} 改变时,系统增益裕度计算结果

Tab. 3 Results of system stability margin index when k_{pdc} changes

k_{pdc}	γ_{max}
0.29	0.224 9
0.3	0.234 4
0.31	0.243 9
0.32	0.253 2
0.33	0.262 2
0.34	0.271 1

上述对比结果充分凸显了本文所提出的增益裕度的优越性:不仅能够特征值与稳定趋势保持一致的情况下实现稳定性的量化评估,还能在系统动态特性发生复杂变化(如特征根类型改变)时,依然准确表征参数变化对系统稳定性的影响,为系统设计与参数优化提供了更为可靠的量化依据。

5 结论

本文基于输入-输出稳定性理论与小增益定理提出一种新的系统稳定裕度计算方法,并通过该方法的相关指标量化了系统抗扰能力,同时反映了其动态稳定特性。

本文基于小增益定理构建鲁棒稳定性判据框

架, 并采用系统线性化建模与最大奇异值计算模式求解稳定裕度, 并通过仿真验证了所提增益裕度计算方法的有效性和准确性。

上述结果表明, 所提方法能够精准表征系统抗扰能力和动态稳定特性, 在处理不同类型电力系统的稳定性评估中具有可靠性。

未来可进一步开展三方面研究: 一是多参数耦合场景下的指标优化, 二是非线性强扰动条件下的方法改进, 三是基于扫频技术计算半黑箱系统稳定裕度的实现路径。

参考文献

- [1] 胡家兵, 袁小明, 程时杰. 电力电子并网装备多尺度切换控制与电力电子化电力系统多尺度暂态问题[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(18): 5457 - 5467, 5594.
HU Jiabing, YUAN Xiaoming, CHENG Shijie. Multi-time scale transients in power-electronized power systems considering multi-time scale switching control schemes of power electronics apparatus [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39 (18): 5457 - 5467, 5594.
- [2] 杨鹏, 刘锋, 姜齐荣, 等. “双高”电力系统大扰动稳定性: 问题、挑战与展望[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2021, 61(5): 403 - 414.
YANG Peng, LIU Feng, JIANG Qirong, et al. Large-disturbance stability of power systems with high penetration of renewables and inverters: phenomena, challenges, and perspectives [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2021, 61(5): 403 - 414.
- [3] 姜齐荣, 王玉芝. 电力电子设备高占比电力系统电磁振荡分析与抑制综述[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(22): 7185 - 7201.
JIANG Qirong, WANG Yuzhi. Overview of the analysis and mitigation methods of electromagnetic oscillations in power systems with high proportion of power electronic equipment [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(22): 7185 - 7201.
- [4] 吴广禄, 周孝信, 王姗姗, 等. 柔性直流输电接入弱交流电网时锁相环和电流内环交互作用机理解析研究[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(9): 2622 - 2633, 2830.
WU Guanglu, ZHOU Xiaoxin, WANG Shanshan, et al. Analytical research on the mechanism of the interaction between PLL and inner current loop when VSC-HVDC connected to weak grid [J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38 (9): 2622 - 2633, 2830.
- [5] 李雨桐. 直驱风电并网系统的小扰动稳定研究和振荡风险评估[D]. 武汉: 华中科技大学, 2024.
- [6] 高本锋, 郑展翔, 邓晓洋, 等. 计及不同强度电网的直驱风电机组控制参数稳定域分析[J]. 华北电力大学学报(自然科学版), 2026, 53(2): 85 - 100, 109.
GAO Benfeng, ZHENG Zhanxiang, DENG Xiaoyang, et al. Stability region analysis of control parameters of direct drive wind turbines with different power grids [J]. Journal of North China Electric Power University, 2026, 53(2): 85 - 100, 109.
- [7] 王远卓, 徐海亮, 葛平娟, 等. 弱电网下无刷双馈风机稳定域评估及电流前馈控制策略[J]. 电网技术, 2025, 49(6): 2476 - 2490.
WANG Yuanzhuo, XU Hailiang, GE Pingjuan, et al. Stability domain evaluation and current feed-forward control strategy of BDFIG-based wind turbines during weak grid condition [J]. Power System Technology, 2025, 49(6): 2476 - 2490.
- [8] 王瑾媛, 刘崇茹, 苏晨博, 等. 并网换流器控制参数安全域构建方法及控制交互作用分析[J]. 电力系统自动化, 2025, 49(7): 80 - 90.
WANG Jinyuan, LIU Chongru, SU Chenbo, et al. Construction method and control-interaction analysis of security region for control parameters of grid-connected converter [J]. Automation of Electric Power Systems, 2025, 49(7): 80 - 90.
- [9] MACFARLANE A G J, POSTLETHWAITE I. The generalized Nyquist stability criterion and multivariable root loci [J]. International Journal of Control, 1977, 25(1): 81 - 127.
- [10] 张学广, 马彦, 王天一, 等. 弱电网下双馈发电机输入导纳建模及稳定性分析[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(5): 1507 - 1516.
ZHANG Xueguang, MA Yan, WANG Tianyi, et al. Input admittance modeling and stability analysis of doubly-fed induction generators in weak grids [J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(5), 1507 - 1516.
- [11] 陈波, 斯琪, 谌艳红, 等. 基于广义奈奎斯特判据的新能源多场站系统小信号稳定薄弱并网单元辨识[J]. 电力科学与技术学报, 2024, 39(5): 129 - 140.
CHEN Bo, SI Qi, CHEN Yanhong, et al. Identification of weak grid-connected units for small-signal stability in renewable energy multi-plant systems based on generalized Nyquist criterion [J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2024, 39(5), 129 - 140.
- [12] ZHOU Y, HU H, YANG J, et al. A novel forbidden-region-based stability criterion in modified sequence-domain for AC grid-converter system [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 34(4): 2988 - 2995.
- [13] WANG Q G, HE Y, YE Z, et al. On loop phase margins of multivariable control systems [J]. Journal of Process Control, 2008, 18(2): 202 - 211.
- [14] WILLEMS J. Feedback systems: input - output properties [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1976, 21(2): 300 - 301.
- [15] 刘宿城, 褚勇智, 刁吉祥, 等. 基于输入-状态稳定条件的直流微电网集群分布式大信号稳定性[J]. 电工技术学报, 2025, 40(2): 544 - 558, 573.
LIU Sucheng, CHU Yongzhi, DIAO Jixiang, et al. Large-signal stability of DC microgrid clusters based on input-to-state stability conditions [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2025, 40(2), 544 - 558, 573.
- [16] 王若谷, 李恒毅, 高欣, 等. 基于输入-状态稳定性理论的双馈风机稳定性分析[J]. 电力工程技术, 2022, 41(2): 83 - 89.
WANG Ruogu, LI Hengyi, GAO Xin, et al. Stability analysis of doubly-fed induction generators based on input-to-state stability theory [J]. Electric Power Engineering Technology, 2022, 41(2), 83 - 89.
- [17] SONTAG E D. Further facts about input to state stabilization [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1990, 35(4): 473 - 476.
- [18] SONTAG E D, WANG Y. On characterizations of the input-to-state stability property [J]. Systems & Control Letters, 1995, 24(5): 351 - 359.

- [19] SONTAG E D, WANG Y. New characterizations of input-to-state stability [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41(9): 1283 – 1294.
- [20] JIANG Z P, TEEL A R, PRALY L. Small-gain theorem for ISS systems and applications [J]. Mathematics of Control, Signals, and Systems, 1994(7): 95 – 120.
- [21] JIANG Z P, MAREELS I M Y, WANG Y. A Lyapunov formulation of the nonlinear small-gain theorem for interconnected systems[J]. Automatica, 1996(32): 1211 – 1214.
- [22] 王波, 朱晓杰, 李振垚, 等. 基于单调系统理论的光伏并网系统暂态电压稳定性分析[J]. 电力系统自动化, 2023, 47(3): 19 – 29.
- WANG Bo, ZHU Xiaojie, LI Zhenyao, et al. Transient voltage stability analysis of grid-connected photovoltaic systems based on monotone system theory [J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47(3): 19 – 29.
- [23] DASHKOVSKIY S, RUFFER B S, WIRTH F R. An ISS small-gain theorem for general networks [J]. Mathematics of Control, Signals, and Systems, 2007(19): 93 – 122.
- [24] JIANG Z P, WANG Y. A generalization of the nonlinear small-gain theorem for large-scale complex systems [C]// 2008 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, June 25 – 27, 2008, Chongqing, China. New York: IEEE, 2008: 1188 – 1193.
- [25] LIU T, HILL D J, JIANG Z P. Lyapunov formulation of ISS cyclic small-gain in continuous-time dynamical networks [J]. Automatica, 2011, 47(9): 2088 – 2093.
- [26] KARAFYLLIS I, JIANG Z P. A vector small-gain theorem for general nonlinear control systems [J]. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 2011, 28(3): 309 – 344.
- [27] KHALIL H K. 非线性系统[M]. 朱义胜, 等, 译. 3版. 北京: 电子工业出版社, 2012.
- [28] REN J, QUAN Q, XU B, et al. Data-driven stability margin for linear multivariable systems [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2024, 34(13): 8844 – 8862.
- [29] 袁兆祥, 张翼, 聂铭, 等. 分布式新能源接入的10kV配电网保护适应性分析[J]. 电力建设, 2024, 45(2): 49 – 57.
- YUAN Zhaoxiang, ZHANG Yi, NIE Ming, et al. Protection adaptability analysis of distributed generation connected to 10 kV distribution network [J]. Electric Power Construction, 2024, 45(2): 49 – 57.
- [30] 朱子民, 张锦芳, 常清, 等. 大规模新能源接入弱同步支撑柔直系统的送端自适应VSG控制策略[J]. 中国电力, 2024, 57(5): 211 – 221.
- ZHU Zimin, ZHANG Jinfang, CHANG Qing, et al. Adaptive VSG control strategy of sending end for large-scale renewable energy connected to weakly-synchronized support VSC-HVDC system [J]. Electric Power, 2024, 57(5): 211 – 221.
- [31] 倪以信, 陈寿孙, 张宝霖. 动态电力系统的理论和分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [32] 吴广禄, 王姗姗, 周孝信, 等. VSC接入弱电网时外环有功控制稳定性解析[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(21): 6169 – 6183.
- WU Guanglu, WANG Shanshan, ZHOU Xiaoxin, et al. Stability analysis of outer-loop active power control for VSC connected to weak power grid [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(21): 6169 – 6183.

收稿日期: 2025-08-30; 网络首发日期: 2026-03-30

作者简介:

刘崇茹(1977), 女, 教授, 博士生导师, 博士, 研究方向为交直流混合系统分析与仿真、运行与控制, chongru.liu@ncepu.edu.cn;

唐奕明(2001), 男, 硕士研究生, 研究方向为新型电力系统的稳定性分析, tangym_0910@163.com;

苏晨博(1991), 男, 通信作者, 副教授, 博士, 研究方向为风力发电机电系统及其控制、柔性直流输电系统及其控制, scb2636@foxmail.com。